

Matematicko-fyzikálna fakulta Univerzity Karlovej

Matematické problémy vázňov

21. septembra 2015

Ondrej Škopek

Matematicko-fyzikálna fakulta Univerzity Karlovej

Matematické problémy vázňov a študentov

21. septembra 2015

Ondrej Škopek

O mne

O mne

Ondrej Škopek

O mne

Ondrej Škopek
<oskopek@matfyz.cz>

O mne

Ondrej Škopek
<oskopek@matfyz.cz>
oskopek.com

O mne

Ondrej Škopek
<oskopek@matfyz.cz>
oskopek.com

Pýtajte sa

O mne

Ondrej Škopek
<oskopek@matfyz.cz>
oskopek.com

Pýtajte sa

veľa a často

O vás

Čo je matematika?

$\sum_{i=1}^n m_i \cdot \dot{\theta} \cdot r_i(\theta) \cdot \sin(\theta)$

$\sum_{i=1}^n m_i r_i^2 \ddot{\theta} = \tau(\theta) \cdot \sin(\theta)$

$K = \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2$

$N(\theta) = \frac{1}{2} \times 10^{-10} \text{ m}^2 = 32 \times 10^{-20} \text{ m}^2$

$v = c / \sqrt{1 - \beta^2}$

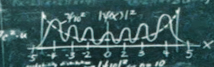
$E = \gamma m_0 c^2$

$E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4$

$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 \right) = \tau \dot{\theta}$

$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 \right) = \tau \dot{\theta}$

$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 \right) = \tau \dot{\theta}$



$\psi(x,t) = A \cos(kx - \omega t)$

$\psi(x,t) = A \cos(kx - \omega t)$

$\psi(x,t) = A \cos(kx - \omega t)$

$K = \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2$

$N(\theta) = \frac{1}{2} \times 10^{-10} \text{ m}^2 = 32 \times 10^{-20} \text{ m}^2$

$v = c / \sqrt{1 - \beta^2}$

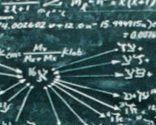
$E = \gamma m_0 c^2$

$E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4$

$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 \right) = \tau \dot{\theta}$

$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 \right) = \tau \dot{\theta}$

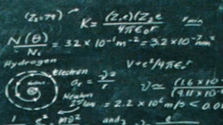
$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 \right) = \tau \dot{\theta}$



$\vec{v} = v \hat{e}_r + r \dot{\theta} \hat{e}_\theta$

$\vec{v} = v \hat{e}_r + r \dot{\theta} \hat{e}_\theta$

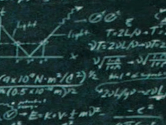
$\vec{v} = v \hat{e}_r + r \dot{\theta} \hat{e}_\theta$



$r = \frac{mv}{qB}$

$r = \frac{mv}{qB}$

$r = \frac{mv}{qB}$



$\psi(x,t) = A \cos(kx - \omega t)$

$\psi(x,t) = A \cos(kx - \omega t)$

$\psi(x,t) = A \cos(kx - \omega t)$

$\lambda = \frac{h}{p}$

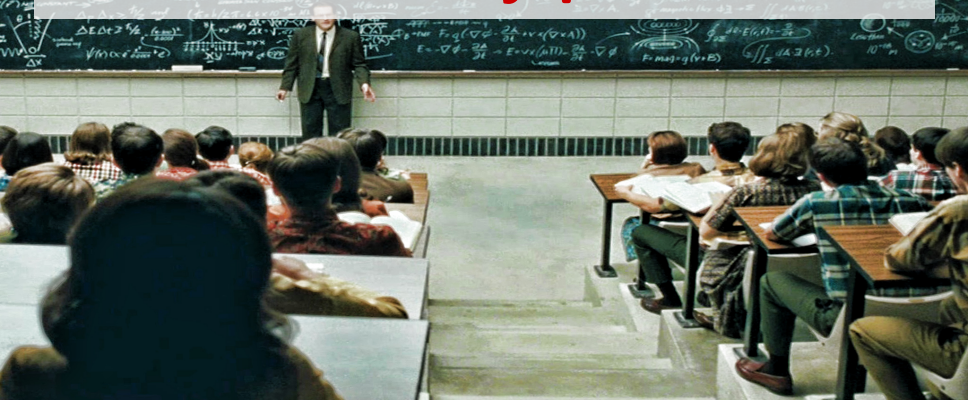
$\lambda = \frac{h}{p}$

$\lambda = \frac{h}{p}$





Povedomý pocit?





Groups:
 Homomorphisms:
 Polynomials:
 $f(x) = e^{2x^2}$
 $|f|_0 = 1$
 $|f|_1 = 1$

Definition Syntetis f_n is K -approximate polynomial of degree d if
 $|f|_0 \leq 1$ and $|f|_d \geq \frac{1}{k}$
Question What are the approximate polynomials?
Theorem $|f|_0 \geq \frac{1}{k} \Rightarrow \exists E_n(f, k)$ (where n depends on k)
 $|f - E_n(f, k)| \geq \frac{1}{k}$

$f(x) = e^{2x^2}$ $|f|_0^* = \int_0^1 e^{2x^2} dx$
 Type condition for Chebyshev
 Condition:
 $|f|_{T_n} \geq \frac{1}{k} \Rightarrow \exists E_n(f, k)$
 $\frac{1}{k} \in T_n / \text{Chebyshev}$



Matematika v praksi dnes





list.
min
@print_timing left;

```
for i  
80%;  
{  
=</p>  
(list2)  
{  
ax=1;
```




Už dávno to nie je mužská záležitosť...

A background of source code for a program, rendered in blue and white text. The code includes various constructs such as loops, conditionals, and function calls. A small 'Tovaris' logo is visible in the bottom left corner. The code is partially obscured by the dinosaur's head from the mosaic above.

```
(br>int main() {  
  int n, i;  
  scanf("%d", &n);  
  for (i=0; i<n; i++) {  
    // ...  
  }  
  return 0;  
}
```

```
(+int main() {  
  int n, i;  
  scanf("%d", &n);  
  for (i=0; i<n; i++) {  
    // ...  
  }  
  return 0;  
}
```

```
{  
  int n, i;  
  scanf("%d", &n);  
  for (i=0; i<n; i++) {  
    // ...  
  }  
  return 0;  
}
```

```
# swap @ X {  
  repeat: S(  
    rgba<th>  
    ttt sort  
    min XML  
    # S #  
  )  
}
```

```
average = sum / list.length;  
<?xml version="1.0" encoding="UTF-8" ?>  
<list>  
  <li>1</li>  
  <li>2</li>  
  <li>3</li>  
</list>  
<script>  
  list.sort();  
  list.forEach(function(item, index) {  
    // ...  
  });  
</script>
```

```
list.  
# min  
@print_timing left;
```

```
Tovaris
```

„Matematik je jediným druhem vědce, který může oprávněně prohlásit: Lehnu si na gauč, zavřu oči a pracuji.“

„Matematik je jediným druhem vědce, který může oprávněně prohlásit: Lehnu si na gauč, zavřu oči a pracuji.“

– Keith Devlin

Triky s čísly

Triky s číslami

Už ste niekde určite videli podobnú úlohu:

Triky s číslami

Už ste niekde určite videli podobnú úlohu:

- Mysli si číslo od 1-5

Triky s číslami

Už ste niekde určite videli podobnú úlohu:

- Mysli si číslo od 1-5
- Vynásob ho dvomi

Triky s číslami

Už ste niekde určite videli podobnú úlohu:

- Mysli si číslo od 1-5
- Vynásob ho dvomi
- Pripočítaj 2

Triky s číslami

Už ste niekde určite videli podobnú úlohu:

- Mysli si číslo od 1-5
- Vynásob ho dvomi
- Pripočítaj 2
- Vynásob 3

Triky s číslami

Už ste niekde určite videli podobnú úlohu:

- Mysli si číslo od 1-5
- Vynásob ho dvomi
- Pripočítaj 2
- Vynásob 3
- Odpočítaj dvojnásobok svojho pôvodného čísla

Triky s číslami

Už ste niekde určite videli podobnú úlohu:

- Mysli si číslo od 1-5
- Vynásob ho dvomi
- Pripočítaj 2
- Vynásob 3
- Odpočítaj dvojnásobok svojho pôvodného čísla
- Pripočítaj 6

Triky s číslami

Už ste niekde určite videli podobnú úlohu:

- Mysli si číslo od 1-5
- Vynásob ho dvomi
- Pripočítaj 2
- Vynásob 3
- Odpočítaj dvojnásobok svojho pôvodného čísla
- Pripočítaj 6
- Vydeľ 4

Triky s číslami

Už ste niekde určite videli podobnú úlohu:

- Mysli si číslo od 1-5
- Vynásob ho dvomi
- Pripočítaj 2
- Vynásob 3
- Odpočítaj dvojnásobok svojho pôvodného čísla
- Pripočítaj 6
- Vydeľ 4
- Odpočítaj svoje pôvodné číslo (znova)

Výsledek:

Výsledek: 3

Triky s číslami

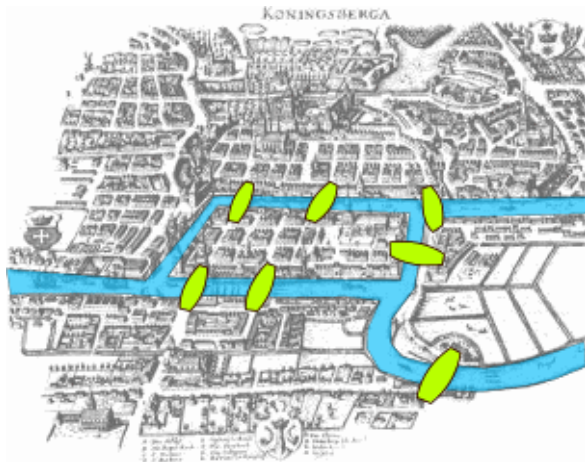
- Výjde to aj pre iné čísla? Alebo iba od 1-5?

Triky s číslami

- Výjde to aj pre iné čísla? Alebo iba od 1-5?
- Prečo to vždy výjde rovnako?

Sedem mostov mesta Královec

Sedem mostov mesta Královec



Sedem mostov mesta Královec



Nájdete takú cestu?

Sedem mostov mesta Královec

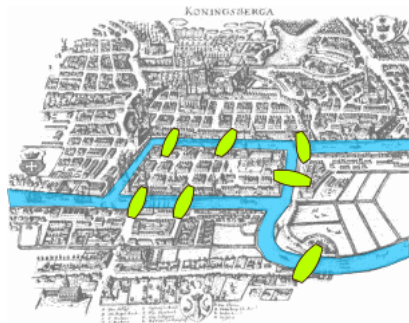
- Prečo nie?

Sedem mostov mesta Královec

- Prečo nie?
- Dá sa ukázať, že taká neexistuje?

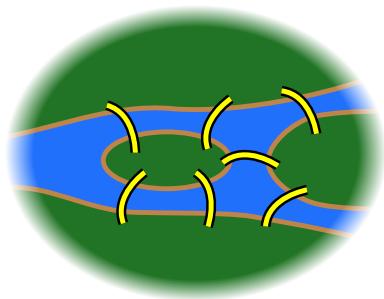
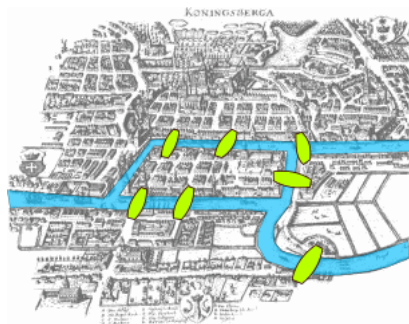
Sedem mostov mesta Královec

- Prečo nie?
- Dá sa ukázať, že taká neexistuje?



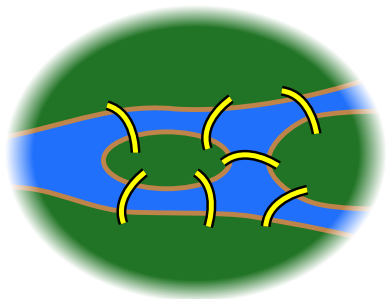
Sedem mostov mesta Královec

- Prečo nie?
- Dá sa ukázať, že taká neexistuje?



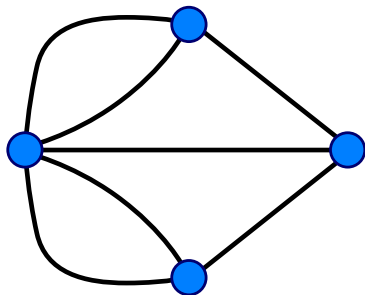
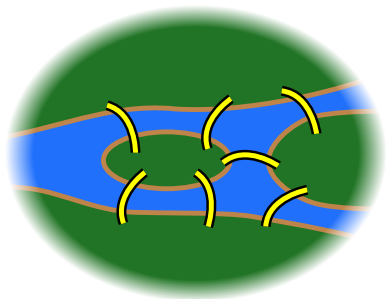
Sedem mostov mesta Královec

- Prečo nie?
- Dá sa ukázať, že taká neexistuje?



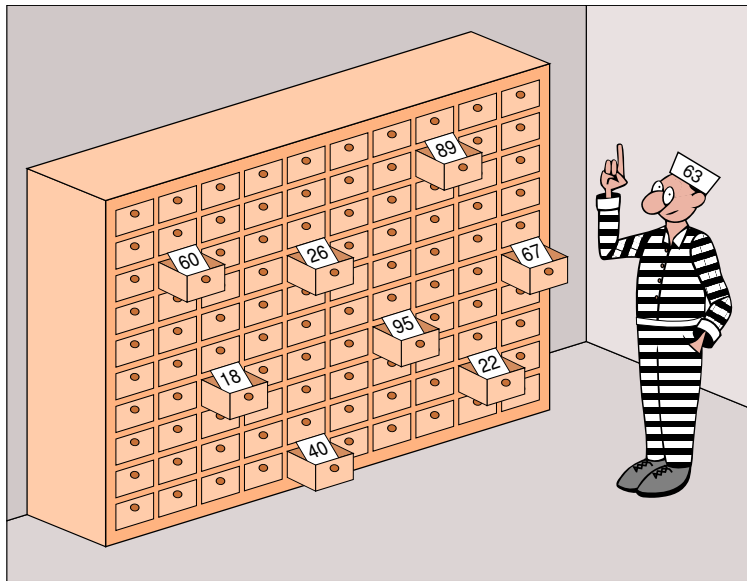
Sedem mostov mesta Kráľovec

- Prečo nie?
- Dá sa ukázať, že taká neexistuje?



Problém 100 väzňov

Problém 100 vložek



Problém 100 väzňov

- 100 väzňov označených 1-100

Problém 100 väzňov

- 100 väzňov označených 1-100
- 100 zásuviek označených 1-100

Problém 100 väzňov

- 100 väzňov označených 1-100
- 100 zásuviek označených 1-100
- Každý väzeň otvorí najviac 50 zásuviek

Problém 100 väzňov

- 100 väzňov označených 1-100
- 100 zásuviek označených 1-100
- Každý väzeň otvorí najviac 50 zásuviek
- Žiadna výmena informácií v priebehu

Problém 100 väzňov

- 100 väzňov označených 1-100
- 100 zásuviek označených 1-100
- Každý väzeň otvorí najviac 50 zásuviek
- Žiadna výmena informácií v priebehu
- Omilostí **všetkých** práve vtedy, keď každý nájde svoje číslo

Problém 100 väzňov

- 100 väzňov označených 1-100
- 100 zásuviek označených 1-100
- Každý väzeň otvorí najviac 50 zásuviek
- Žiadna výmena informácií v priebehu
- Omilostí **všetkých** práve vtedy, keď každý nájde svoje číslo
- Ak aspoň jeden nenájde svoje číslo, neomilostí **nikoho**

Problém 100 väzňov – Stratégia?

- Väzeň filozof: „Každý z nás otvorí 50 zásuviek náhodne, veď lepšia stratégia nemôže existovať.“

Problém 100 väzňov – Stratégia?

- Väzeň filozof: „Každý z nás otvorí 50 zásuviek náhodne, veď lepšia stratégia nemôže existovať.“
- Pravdepodobnosť prežitia?

Problém 100 väzňov – Stratégia?

- Väzeň matematik: „Každý z nás otvorí zásuvku so svojim číslom a pokračujeme vždy otvorením tej zásuvky, ktorej číslo sme našli vnútri predchádzajúcej.“

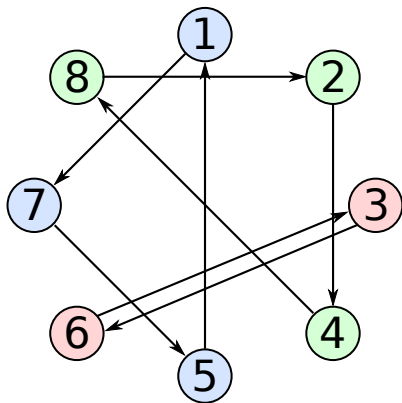
Problém 100 väzňov – Stratégia?

- Väzeň matematik: „Každý z nás otvorí zásuvku so svojim číslom a pokračujeme vždy otvorením tej zásuvky, ktorej číslo sme našli vnútri predchádzajúcej.“
- Pravdepodobnosť prežitia?

Problém 100 vězňů – Příklad 1

číslo zásuvky	1	2	3	4	5	6	7	8
číslo vězňů	7	4	6	8	1	3	5	2

Problém 100 väzňov – Príklad 1

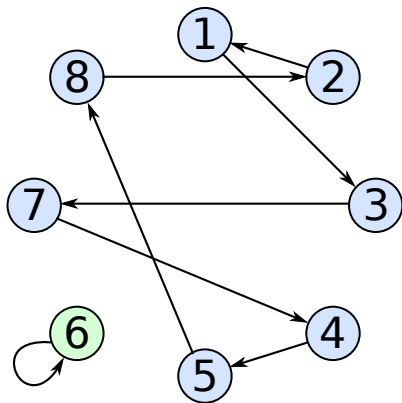


číslo zásuvky	1	2	3	4	5	6	7	8
číslo väzňa	7	4	6	8	1	3	5	2

Problém 100 vězňů – Příklad 2

číslo zásuvky	1	2	3	4	5	6	7	8
číslo vězně	3	1	7	5	8	6	4	2

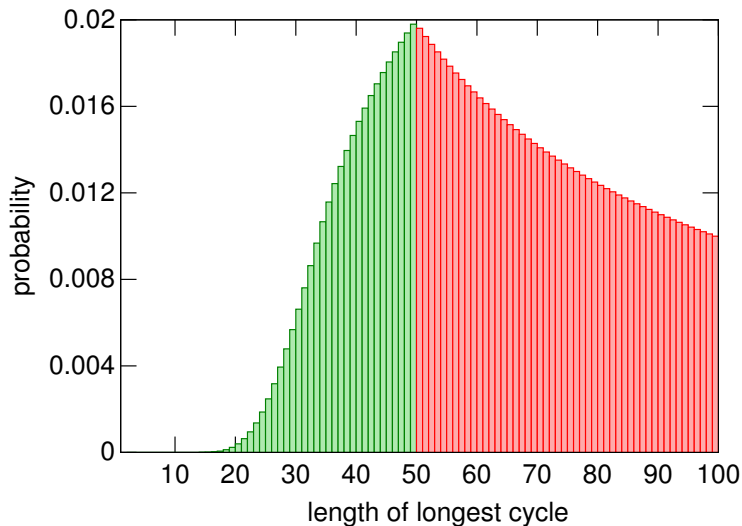
Problém 100 vázňov – Príklad 2



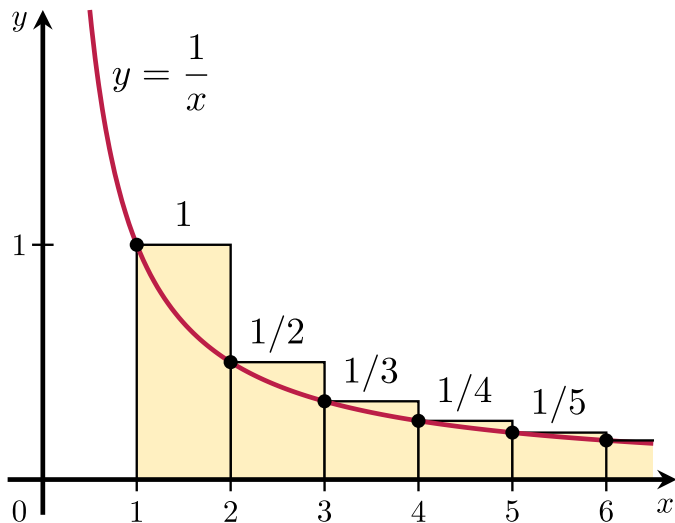
číslo zásuvky	1	2	3	4	5	6	7	8
číslo väzňa	3	1	7	5	8	6	4	2

Akú šancu naozaj väzni majú?

Pravdepodobnostná distribúcia permutácií podľa dĺžky najdlhšieho cyklu



Harmonické čísla ako odhad daný plochou pod hyperbolou



„Ak ľudia neveria, že matematika je jednoduchá, je to len preto, lebo si neuvedomujú, aký zložitý je život.“

„Ak ľudia neveria, že matematika je jednoduchá, je to len preto, lebo si neuvedomujú, aký zložitý je život.“

– John von Neumann

„Ak ľudia neveria, že matematika je jednoduchá, je to len preto, lebo si neuvedomujú, aký zložitý je život.“

– John von Neumann, 1947

Tipy na dlouhé zimné večery

Tipy na dlouhé zimné večery

- Introduction to Mathematical Thinking

<https://www.coursera.org/course/maththink>

Tipy na dlouhé zimné večery

- Introduction to Mathematical Thinking

<https://www.coursera.org/course/maththink>

- Programming for Everybody (Python)






<https://www.coursera.org/course/pythonlearn>

Ďakujem za pozornosť






Ďakujem za pozornosť

Ondrej Škopek
<oskopek@matfyz.cz>
oskopek.com

Zdroje I

-  Rhett Allain. *How Should Two Lost People Find Each Other?* 2013. URL: <http://www.wired.com/2013/09/two-statisticians-lost-in-the-woods/>.
-  Ed Brambley. *Pure Mathematics*. 2009. URL: <https://www.flickr.com/photos/edbrambley/4260498576/>.
-  Max Warshauer Eugene Curtin. “The locker puzzle”. In: *Mathematical Intelligencer* (2006).
-  hackNY.org. *Spring 2012 Student Hackathon Coding*. 2012. URL: <https://www.flickr.com/photos/hackny/6890140478/>.
-  Brett Jordan. *Big Problem*. 2012. URL: <https://www.flickr.com/photos/x1brett/7047276741/>.

Zdroje II

-  Richard P. Stanley. *Algebraic Combinatorics: Walks, Trees, Tableaux, and More.* 2014.
-  Charis Tsevis. *We can code it!* 2014. URL: <https://www.flickr.com/photos/tsevis/14456896435/>.
-  Wikipedia. *100 prisoners problem.* 2015. URL: http://en.wikipedia.org/wiki/100_prisoners_problem.
-  Wikipedia. *7 bridges.* 2015. URL: http://commons.wikimedia.org/wiki/File:7_bridges.svg.
-  Wikipedia. *Graph representation of the permutation (1 3 7 4 5 8 2)(6).* 2015. URL: http://en.wikipedia.org/wiki/File:Permutation_cycles_qtl2.svg.

Zdroje III



Wikipedia. *Graph representation of the permutation $(1\ 7\ 5)(2\ 4\ 8)(3\ 6)$* . 2015. URL:

http://en.wikipedia.org/wiki/File:Permutation_cycles_qt11.svg.



Wikipedia. *Illustration for the 100 prisoners problem*. 2015.

URL: http://en.wikipedia.org/wiki/File:100_prisoners_problem_qt11.svg.



Wikipedia. *Illustration of the integral test in calculus*. 2015.

URL: http://en.wikipedia.org/wiki/File:Integral_Test.svg.



Wikipedia. *Konigsberg bridges*. 2015. URL:

http://en.wikipedia.org/wiki/File:Konigsberg_bridges.png.

Zdroje IV



Wikipedia. *Konigsberg graph*. 2015. URL: http://en.wikipedia.org/wiki/File:K%C3%B6nigsberg_graph.svg.



Wikipedia. *Probability mass function of the length of the longest cycle of a random permutation of length 100. Cycle lengths ≤ 50 are green, cycle lengths > 50 are red*. 2015. URL: http://en.wikipedia.org/wiki/File:Permutation_longest_cycle_length_pmf_qtl2.svg.



Wikipedia. *Seven Bridges of Königsberg*. 2015. URL: http://en.wikipedia.org/wiki/Seven_Bridges_of_K%C3%B6nigsberg.



Wikipedia. *The King's Wise Men*. 2015. URL: http://en.wikipedia.org/wiki/Induction_puzzles#Examples.